

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ  
ИМПЕРАТОРА НИКОЛАЯ II

Олимпиада школьников «Паруса надежды». 2016-2017 учебный год

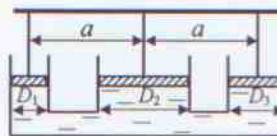
Отборочный этап

Вариант №1



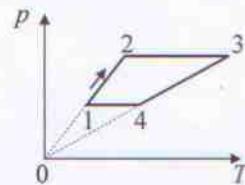
1. Какой угол с горизонтом составляет поверхность чая в стакане, стоящем на столике в вагоне скоростного поезда «Сапсан» Москва – Санкт-Петербург, если состав разгоняется за три минуты из состояния покоя до скорости 260 км/ч? Ответ выразить в радианах и округлить до сотых.

2. В трёх цилиндрических сообщающихся сосудах, оси которых находятся на одинаковом расстоянии  $a = 1$  м друг от друга, имеется вода. Во всех цилиндрах поверхность воды прикрыта поршнями одинаковой толщины, изготовленными из одного и того же материала. К поршням прикреплена на вертикальных стержнях лёгкая палочка так, что ось среднего цилиндра проходит через её центр. На каком расстоянии от центра палочки можно подвесить груз так, чтобы равновесие системы не нарушилось?  $D_1 = 10$  см,  $D_2 = 50$  см,  $D_3 = 20$  см. Ответ выразить в метрах.



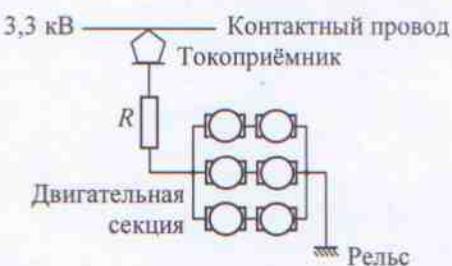
3. Электровоз массой 20 т движется на подъём со скоростью 54 км/ч. Уклон дороги – 5 м на 1 км пути, при этом сила сопротивления движению электровоза составляет 0,02 от его веса. Электровоз получает ток от сети постоянного тока напряжением 3 кВ, к. п. д. его моторной секции равен 90 %. Найти силу тока, потребляемого электровозом при подъёме.  $g=9,8\text{м/с}^2$ .

4. Параметры 3 молей одноатомного идеального газа меняются по циклу, изображённому на рисунке. В точках 1, 2 и 4 температура газа, соответственно,  $T_1 = 400$  К,  $T_2 = 800$  К,  $T_4 = 1200$  К. Рассчитайте работу, совершающую газом за цикл. Ответ выразить в килоджоулях.

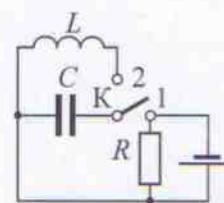


5. Неоновая лампочка включена в бытовую электросеть. Лампочка зажигается и гаснет при напряжении на электродах в два раза меньшем, чем амплитудное значение напряжения в сети. Во сколько раз продолжительность одной вспышки отличается от промежутка времени между вспышками?

6. В момент отправления поезда от станции последовательно с двигательной секцией электровоза (секция состоит из трёх параллельных групп попарно соединённых двигателей, см. рис.) вводится добавочное электрическое сопротивление  $R$ . Каким должно быть это сопротивление с тем, чтобы напряжение на каждом из двигателей не превысило максимально допустимого значения  $U = 1$  кВ? Напряжение в контактной сети равно  $U_0 = 3,3$  кВ; сопротивление обмотки каждого двигателя равно  $R_0 = 2,6$  Ом. Ответ округлить до десятых.



7. Батарея с ЭДС 6 В и внутренним сопротивлением 20 Ом через сопротивление  $R = 100$  Ом подключается к конденсатору  $C = 1$  мкФ (при этом ключ K находится в положении 1). Спустя некоторое время ключ перебрасывается из положения 1 в положение 2. Найти максимальное значение силы тока в катушке индуктивности ( $L = 10$  мГн). Ответ выразить в миллиамперах.



8. В однородное магнитное поле с индукцией  $10^{-2}$  Тл помещён соленоид диаметром 10 см. Ось соленоида параллельна линиям индукции магнитного поля. Соленоид поворачивается на  $180^\circ$  вокруг оси, перпендикулярной линиям индукции. Вычислите, какой заряд протекает при этом по соленоиду. Сечение проволоки, из которой изготовлен соленоид,  $1 \text{мм}^2$ , её удельное сопротивление  $2 \cdot 10^{-8}$  Ом·м. Ответ выразить в милликулонах.

9. Тонкий стержень, имеющий длину 10 мм, лежит на главной оптической оси собирающей линзы таким образом, что его середина находится на расстоянии 18 см от линзы. Чему равна длина изображения стержня в линзе? Фокусное расстояние линзы равно 20 см. Ответ выразить в сантиметрах.

*Левин*

Утверждаю:  
Ректор университета  
Б.А. Лёвин  
2016г.

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ  
ИМПЕРАТОРА НИКОЛАЯ II

Олимпиада школьников «Паруса надежды» 2016-2017 учебный год

Отборочный этап

Вариант №2

1. Тело, брошенное вертикально вверх с поверхности земли, побывало на некоторой высоте  $h$  через  $t_1 = 1$  с и  $t_2 = 4$  с от начала движения. Каково общее время полёта тела до падения его на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

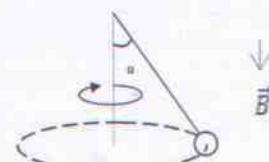
2. Проехав железнодорожный переезд, первые 200 м локомотив двигался с постоянной скоростью  $v$ , а затем тормозился с ускорением  $0,5 \text{ м/с}^2$ . При какой скорости локомотива  $v$  время, прошедшее с момента пересечения им переезда до полной остановки, будет наименьшим? Ответ выразить в км/ч.

3. Скорость приближающегося поезда измеряют по показаниям вольтметра, включённого между рельсами. Определите скорость поезда, если вольтметр показывает  $U = 1 \text{ мВ}$ . Расстояние между рельсами  $l = 1,52 \text{ м}$ . Вертикальная составляющая магнитного поля Земли  $B = 4 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$ . Ответ выразить в м/с и округлить до десятых.

4. При торможении поезда в специальном цилиндре тормозной системы (его объём  $V_1 = 12 \text{ л}$ ) создаётся давление  $p = 4 \text{ атм}$ . Для этого его соединяют с запасным резервуаром объёмом  $V_2 = 40 \text{ л}$ , в котором всё время поддерживается высокое давление. Какое? Считать воздух идеальным газом. Атмосферное давление  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ . Ответ выразить в килопаскалях.

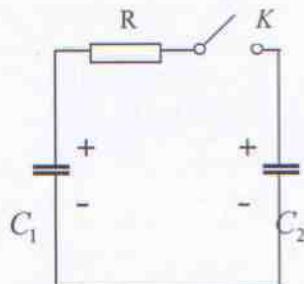
5. Горизонтальная подставка совершает в вертикальном направлении гармонические колебания с амплитудой 0,625 м. Каков должен быть наименьший период этих колебаний, чтобы тело, лежащее на подставке, не отделялось бы от неё? Ответ округлить до десятых,  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

6. Небольшой шарик массой 10 г и зарядом 10 мкКл равномерно вращается в горизонтальной плоскости на невесомой диэлектрической нити длиной 50 см (см. рис.). В пространстве создано однородное магнитное поле индукцией 0,1 Тл, силовые линии которого направлены вертикально вниз. При движении нить образует с вертикалью угол 30°. Найти период обращения шарика. Ответ округлить до сотых.



7. До замыкания ключа  $K$  конденсаторы с емкостями  $C_1 = 1 \text{ мкФ}$  и  $C_2 = 2 \text{ мкФ}$  были заряжены до напряжений 400 В и 100 В соответственно. Какая энергия выделится на резисторе  $R$  после замыкания ключа?

Ответ выразить в миллидюймах.



8. Лягушонок Кузя попал в крынку из-под сметаны и под действием силы тяжести скользит по её дну сферической формы (радиусом 25 см), совершая малые колебания относительно вертикали. Для превращения остатков сметаны в масло необходимо 400 полных колебаний Кузи в крынке. Через какое время остатки сметаны превратятся в масло? Ответ представить в виде целого числа.

9. Лазер работает в непрерывном режиме, развивая мощность 2 мВт и при этом испуская за одну секунду  $6,29 \cdot 10^{15}$  фотонов. Луч лазера падает нормально на дифракционную решётку, имеющую 200 штрихов на 1 мм. Под каким углом будет наблюдаться четвёртый дифракционный максимум на экране, установленном за решёткой параллельно ей? Ответ выразить в градусах.

КРАТКИЕ РЕШЕНИЯ (I Вариант)

1. Очевидно:  $ma = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha$ , причём  $a = v/\Delta t$ . Это означает:  
 $\operatorname{tg} \alpha = v/(g\Delta t) \approx 260000/(3600 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 60) \approx 0,04$ , или  $\alpha \approx 0,04 \text{ рад} \approx 2,3^\circ$ .

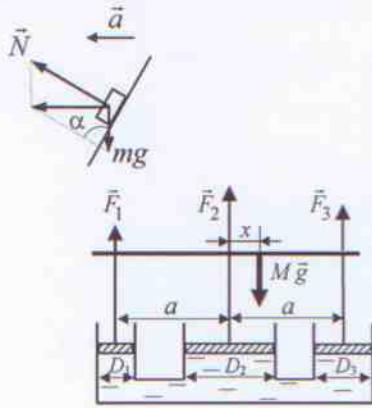
2. И силы тяжести поршней и силы давления на них со стороны воды пропорциональны их площади, следовательно, пропорциональны площади и равнодействующие этих сил:

$$F_1 = \kappa D_1^2; \quad F_2 = \kappa D_2^2; \quad F_3 = \kappa D_3^2.$$

В состоянии равновесия

$$\begin{aligned} \kappa D_1^2 + \kappa D_2^2 + \kappa D_3^2 - Mg &= 0, \\ \kappa D_1^2 a + Mgx - \kappa D_3^2 a &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Отсюда получаем, что } x = a \frac{D_3^2 - D_1^2}{D_1^2 + D_2^2 + D_3^2} = 1 \cdot \frac{0,2^2 - 0,1^2}{0,1^2 + 0,5^2 + 0,2^2} = 0,1(\text{м}).$$



$$3. P_{\text{ПОЛЕЗН}} = F_{\text{тяги}} v$$

$$P_{\text{ПОЛЕЗН}} = \eta P_{\text{ЗАТР}}$$

$$P_{\text{ЗАТР}} = IU$$

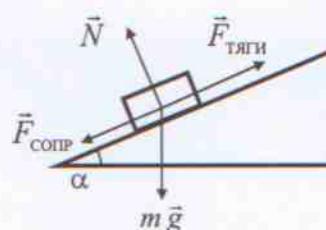
$$F_{\text{тяги}} - F_{\text{СОРП}} - mg \sin \alpha = 0$$

$$N - mg \cos \alpha = 0$$

$$F_{\text{СОРП}} = kN$$

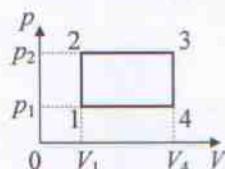
$$\sin \alpha = 5/1000 = 0,005, \text{ а } \cos \alpha \approx 0,99999.$$

$$I = \frac{mg(k \cos \alpha + \sin \alpha)v}{\eta U} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 9,8 \cdot (0,02 + 0,005) \cdot 15}{0,9 \cdot 3000} = 27,2 \text{ А.}$$



4. Цикл в координатах  $p - V$  имеет прямоугольника, площадь которого численно равна искомой работе.

$$\begin{cases} A = (p_2 - p_1)(V_4 - V_1) \\ p_1 V_1 = vRT_1 \\ p_2 V_1 = vRT_2 \Rightarrow p_2 = p_1(T_2/T_1 - 1) \\ p_1 V_4 = vRT_4 \Rightarrow V_4 = V_1(T_4/T_1 - 1) \\ A = p_1(T_2/T_1 - 1)V_1(T_4/T_1 - 1) = vRT_1(T_2/T_1 - 1)(T_4/T_1 - 1) = 20000 \text{ Дж} = 20 \text{ кДж} \end{cases}$$



5. Условия переключения:  $\pm 0,5A = A \cdot \sin(\omega t)$ , или  $t_1 = (\pi/6 + \pi n)/\omega$ ,  $t_2 = (5\pi/6 + \pi k)/\omega$ ,  $t_3 = (7\pi/6 + \pi m)/\omega$ .

Продолжительность вспышки:  $\tau_1 = t_2 - t_1 = (5\pi/6 - \pi/6)/\omega = 2\pi/(3\omega)$ ,

время между вспышками:  $\tau_2 = t_3 - t_2 = (7\pi/6 - 5\pi/6)/\omega = \pi/(3\omega)$ .

Таким образом,  $\tau_1/\tau_2 = [2\pi/(3\omega)]/[\pi/(3\omega)] = 2 \Rightarrow \text{в 2 раза}$

6. Общее сопротивление цепи:  $R_{\text{общ}} = \frac{2}{3}R_0 + R$ ; общая сила тока в ней  $I_{\text{общ}} = U_0/R_{\text{общ}}$ . При этом через каждую секцию

идёт ток  $I_{\text{СЕКЦ}} = \frac{1}{3}I_{\text{общ}}$ , а напряжение на каждом моторе  $U = I_{\text{СЕКЦ}}R_0$ .

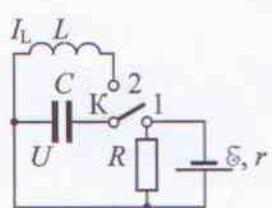
$$\text{В итоге: } U = \frac{1}{3}R_0U_0\left(\frac{2}{3}R_0 + R\right)^{-1}, \text{ или } R = \frac{R_0}{3}\left(\frac{U_0}{U} - 2\right) \approx 1,1 \text{ Ом.}$$

7.

$$\begin{cases} I = \mathcal{E}/(R + r) - \text{ключ в положении 1} \\ U = IR - \text{ключ в положении 1} \\ CU^2/2 = LI_L^2/2 - \text{ключ в положении 2.} \end{cases}$$

Решая систему, получаем, что

$$I_L = \sqrt{C/L} \quad U = \sqrt{C/L} \mathcal{E}R/(R + r) = \sqrt{10^{-6} / (10 \cdot 10^{-3})} \cdot 6 \cdot 100 / (100 + 20) = 0,05 \text{ (А)} = 50 \text{ (mA).}$$



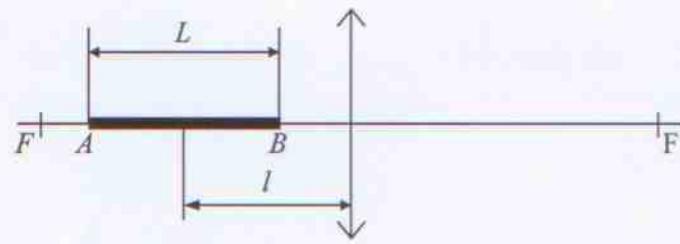
$$8. |\mathcal{E}| = |NBS(\cos 180^\circ - \cos 0^\circ)/\Delta t|$$

$$\begin{cases} S = \pi d^2/4; \\ I = \mathcal{E}/R \\ R = \rho l/S^* \\ Q = I\Delta t \\ l = \pi dN \\ I = \mathcal{E}/R = 2NB\pi d^2S^*/(4\Delta t\rho N\pi d) = BS^*d/(2\Delta t\rho). \end{cases}$$

$$Q = BS^*d/(2\rho) = \underline{0,025 \text{ Кл}} = 25 \text{ мКл}$$

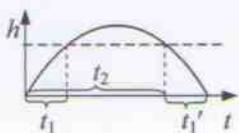
$$9. \begin{cases} 1/F = 1/d_A - 1/f_A \\ 1/F = 1/d_B - 1/f_B \\ d_A = l + L/2 \\ d_B = l - L/2 \\ L^* = f_A - f_B - \text{длина изображения.} \end{cases}$$

Решая систему, получаем:  $L^* \approx \underline{107 \text{ см.}}$



### Краткие решения (Вариант №2)

1. Так как  $t_1 = t_1'$  (см. рисунок),  
то  $t_{\text{общ}} = t_1' + t_2 = \underline{5 \text{ с}}$

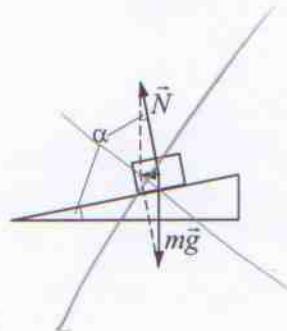


$$\begin{cases} t_1 = l_1/v \\ 0 = v - at_2 \\ t = t_1 + t_2. \end{cases} \Rightarrow t = l_1/v + v/a.$$

Минимуму функции  $t(v)$  соответствует условие  $\frac{\partial t}{\partial v} = -\frac{l_1}{v^2} + \frac{1}{a} = 0$ , или  
 $v = \sqrt{al} = 10 \text{ м/с} = \underline{36 \text{ км/ч.}}$

3. При движении колёсной пары в магнитном поле Земли возникает э.д.с. индукции:

$$\mathcal{E} = U = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = Blv \Rightarrow v = \frac{U}{Bl} = \frac{10^{-3}}{4 \cdot 10^{-5} \cdot 1,52} \approx \underline{16,4 \text{ м/с.}}$$



4.  $p = p_2' + p_0' = \frac{p_2 V_2 + p_0 V_1}{V_1 + V_2}$ , откуда

$$p_2 = \frac{p(V_1 + V_2) - p_0 V_1}{V_2} = \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 52 - 10^5 \cdot 12}{40} = \underline{4,9 \cdot 10^5 \text{ Па} = 490 \text{ кПа}}$$



5. Условие того, что тело на подставке еще не подпрыгивает в верхней точке: сила реакции опоры  $N = 0$ , или  $a = g$ . При этом ускорение системы в данной точке максимально.

Но при гармонических колебаниях  $a_{\text{МАКС}} = A(2\pi/T)^2$ , следовательно,

$$\begin{cases} a_{\text{МАКС}} = A(2\pi/T)^2 \\ a_{\text{МАКС}} = g. \end{cases} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{A/g}$$

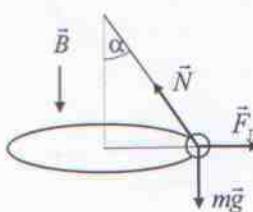
$$\text{В итоге } T = 2\pi \sqrt{A/g} = 2\pi \sqrt{0,625/10} \approx \underline{1,6 \text{ с.}}$$

6. В момент, когда вектор скорости направлен на нас, сила  $\vec{F}_d$  направлена на право. Тогда записываем второй закон Ньютона для проекций сил:

$$F_d - N \sin \alpha = mv^2/R$$

$$N \cos \alpha - mg = 0.$$

Кроме того:  $R = l \sin \alpha$ ,  $F_d = qvB$ ,  $T = 2\pi R/v$ .



Отсюда  $mv^2/R + qvB - mg \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0$ , или

$$v = \frac{-qB + \sqrt{q^2 B^2 + 4m^2 g \cdot \operatorname{tg} \alpha / R}}{2m/R}, \text{ а } T = \frac{4\pi m}{\sqrt{q^2 B^2 + 4m^2 g / (l \cdot \cos \alpha)} - qB}.$$

В итоге  $T \approx \underline{1,32 \text{ с.}}$

$$7. \begin{cases} W_1 + W_2 = C_1 U_1^2 / 2 + C_2 U_2^2 / 2 \\ q_1 = C_1 U_1 \\ q_2 = C_2 U_2 \\ q_3 = q_1 + q_2 \\ C_3 = C_1 + C_2 \\ W_3 = C_3 U_3^2 / 2 \end{cases}$$

Решая систему, получаем:  $W_1 + W_2 - W_3 = C_1 U_1^2 / 2 + C_2 U_2^2 / 2 - \frac{(C_1 U_1 + C_2 U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} =$

$$= \frac{C_1 C_2 (U_1 - U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} = \frac{1 \cdot 2(400 - 100)^2}{2(1+2)} \cdot 10^{-6} = \underline{0,03 \text{ Дж}} = 30 \text{ мДж}$$

$$8. \begin{cases} T = 2\pi \sqrt{R/g} \\ t = NT \end{cases} \Rightarrow t = 2\pi N \sqrt{R/g} = 2\pi \cdot 400 \sqrt{0,25/10} \approx \underline{397 \text{ с.}}$$

$$9. \begin{cases} P = N \Delta t \cdot hc/\lambda & \Rightarrow \lambda = hcN/(\Delta t P) \\ d \sin\varphi = m\lambda & \Rightarrow \sin\varphi = m\lambda/d \\ d = 10^{-3}/N_{\text{ш}} & \Rightarrow d = 5 \cdot 10^{-6} (\text{м}). \\ \sin\varphi = mhcN/(\Delta t P d) = 4 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 6,29 \cdot 10^{15} / (1 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-6}) = 0,5; & \varphi = \underline{30^\circ} \end{cases}$$